# 中学校・数学

## １　分析結果と課題

分析の結果、課題の見られた問題は$\boxed{8}$の「関数」の領域である。（２）の正答率は 35％を下回り、誤答が約 30％、無答が約 36％であった。

課題として、「事象を数学的に解釈し、数学を用いた問題解決の方法を見いだすこと」「自分の考えを、表、式、グラフを用いて、根拠をもとにしながら数学的に説明すること」の２点が考えられる。

## ２　学習指導に当たって

今後の指導に当たっては、生徒が主体的・対話的に学び、数学的な見方・考え方を働かせて関数の理解を深める授業づくりが大切である。

具体的には、日常の事象を理想化・単純化して数量関係を捉え、関数として表現し、未知の状況を予測する活動を取り入れることが考えられる。その際には、実験や観察から得たデータを数値化して表やグラフに整理することにより、問題解決の手がかりを見いだせるようにすることが効果的である。また、思考の過程や判断の根拠を数学的に説明する場を設け、生徒同士の対話を通して表現を修正・改善し、簡潔かつ明瞭に数学的に表現できるようにすることが大切である。

さらに、問題解決の過程を振り返る際には、「どのように数量を捉え、どのように表現したか」を多様な視点から考察させ、うまくいったことやうまくいかなかったことを具体的な場面と関連付けて整理し、次の問題解決に生かせるように働きかけることが大切である。

### 指導例

**日常生活や社会の事象を数理的に捉え、数学的に処理して問題を解決し、**
**その過程や結果を考察する指導の工夫**
**～単元名「一次関数」（第２学年）～**

| 知識・技能 | 思考・判断・表現 | 主体的に学習に取り組む態度 |
|---|---|---|
| ①一次関数について理解している。<br>②事象の中には一次関数として捉えられるものがあることを知っている。<br>③二元一次方程式を関数を表す式とみることができる。<br>④変化の割合やグラフの傾きの意味を理解している。<br>⑤一次関数の関係を表、式、グラフを用いて表現したり、処理したりすることができる。 | ①一次関数として捉えられる二つの数量について、変化や対応の特徴を見いだし、表、式、グラフを相互に関連付けて考察し表現することができる。<br>②一次関数を用いて具体的な事象を捉え考察し表現することができる。 | ①一次関数について考えようとしている。<br>②一次関数について学んだことを生活や学習に生かそうとしている。<br>③一次関数を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしている。 |

<table>
<tr><th>時間</th><th>ねらい・学習活動</th><th>重点</th><th>記録</th><th>備　考</th></tr>
<tr><td>15<br>（本時）</td><td rowspan="2">・気温が標高の一次関数であるとみなし、富士山の山頂の気温を予測することを通して、現実的な事象から二つの数量を取り出し、理想化・単純化することにより、その関係を一次関数とみなして問題を解決することができるようにする。<br>・小単元３や単元全体の学習を振り返って、ノートに分かったことや疑問、問題の解決に有効であった方法などを記述することを通して、学習の成果を実感できるようにする。</td><td>思</td><td></td><td>思②：行動観察</td></tr>
<tr><td>16</td><td>思<br>態</td><td>○<br>○</td><td>思②：小テスト<br>態①～③：行動観察、ノート</td></tr>
<tr><td>17</td><td>・単元全体の学習内容についてのテストに取り組み、単元で学習したことがどの程度身に付いているかを自己評価することができるようにする。</td><td>知<br>思</td><td>○<br>○</td><td>知①～⑤:単元テスト<br>思①②：単元テスト</td></tr>
</table>

【指導の流れ】

1　現実的な事象から問題を発見し、数学的に問題を表現させ、解決の見通しを立てさせる。

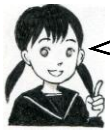
$\boxed{学習活動}$ 日常生活の事象から数学的に表現した新たな問題を見いだし、収集したデータを表やグラフに整理することで、問題解決の手がかりをみつける。

工藤さんは、富士山５合目で入山指導をしている富士山レンジャーのニュースを見ました。映像では、軽装の登山者に、レンジャーが「山は天候が変わりやすく、そのサンダルでは危険です。その服装（半袖）での登山はお断りしています。」と指導している場面でした。工藤さんは、サンダルが危険なのは理解できるが、「なぜ、半袖もダメなのだろうか」と、疑問をもちました。

伊藤さん「５合目の気温がそんなに低くないから登山者は軽装で来ているのだと思う。」
工藤さん「たしかに、５合目くらいなら、寒くないかもしれないけど、山頂の気温はかなり低くなりそうだね。」
佐藤さん「そうだね。岩木山に登山したとき、山頂は少し寒かった感じがしたよ。」

そこで、富士山の山頂（3776m）の気温は何度くらいになるのかを予測してみることにしました。

富士山周辺の観測所の「標高」と「８月の平均気温」を調べ、山頂の気温を予測しよう。



８月の富士山周辺の標高と平均気温を調べたら、右の表のようになっていたよ。やっぱり、標高が高くなると気温が低くなっているのが分かるね。

●８月の平均気温

| 観測所 | 標高(m) | 平均気温(℃) |
|---|---|---|
| A（甲　府） | 273 | 28.6 |
| B（勝　沼） | 394 | 27.8 |
| C（古　関） | 552 | 25.7 |
| D（河口湖） | 860 | 24.2 |
| E（山　中） | 992 | 23.5 |

標高と気温の間に何か関係がないかな。表にまとめてみようよ。

標高をｘm、気温をｙ℃として表にまとめてみたよ。

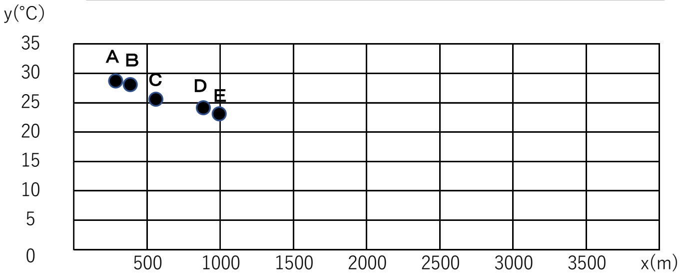
| x | 273 | 394 | 552 | 860 | 992 |
|---|---|---|---|---|---|
| y | 28.6 | 27.8 | 25.7 | 24.2 | 23.5 |

標高が高くなると、気温が低くなっているから、これは反比例の関係かな？

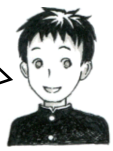
| x | 273 | 394 | 552 | 860 | 992 |
|---|---|---|---|---|---|
| y | 28.6 | 27.8 | 25.7 | 24.2 | 23.5 |

標高が約２倍、３倍になっているところの気温をみると約１/２倍、１/３倍にはなっていないから反比例ではなさそうだね。

僕は、グラフに表してみようかな。




グラフは直線になりそうだけど、原点は通らないので、比例ではなく一次関数の関係だね。



きれいに全部の点を通る直線はひけなさそうだけど、一次関数とみなしていい？

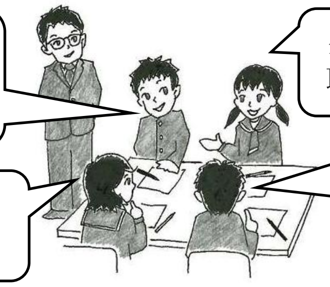
２　現実的な事象を一次関数とみなし、表、式、グラフを用いて考察し予測させる。

学習活動　解決の見通しを持ち、表、式、グラフの３つのうち、どれを用いて解決するかを選択する。

標高と気温の関係を一次関数とみなして考えると、山頂の気温が予測できそうですね。では、どのようにしたら山頂の気温が予測できるのか話し合ってみましょう。

一次関数なら、表、式、グラフのどれかを使って考えると山頂の気温が予測できそうだね。

グラフをかいて、ｙ座標を読み取ると気温が予測できそう。



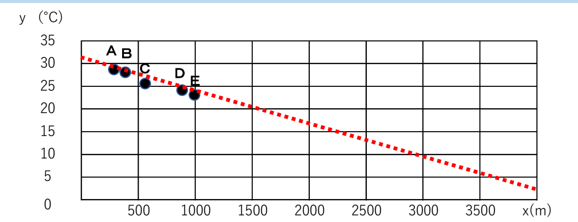
直線の式を求めて、山頂の標高を代入したら気温を求められそう。

表から変化の割合を求めて、山頂の気温を予測できないかな。

では、話し合った内容を基にして山頂の気温を予測してみましょう。タブレット端末を使ってどのように求めたのかまとめましょう。グラフで考える人は青色の背景。式で考える人は赤色の背景。表で考える人は黄色の背景で進めてください。途中で分からなくなったら、同じ背景色の人の考えを参考にしてもいいですよ。

【それぞれの方法での情報交換】

**タブレット（工藤）**

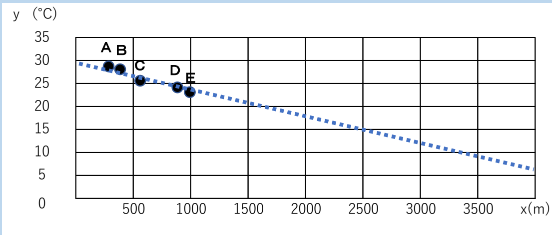



５つの点のなるべく近くを通るように直線をひき、ｙ座標を読み取ると、山頂の気温は約５℃くらいでした。

グラフのどこを読み取って、５℃になったの？

ｘ座標が 3776 のときのｙ座標を読み取ったよ。

**タブレット（佐藤）**




僕も同じようにグラフで考えたんだけど、山頂の気温は約８℃くらいと予想したよ。

どうして同じグラフなのに予想される結果が違うのかな？

**タブレット（伊藤）**

点Ｃと点Ｅを通るとして、式を求め、ｘ＝3776 を代入して気温を予測しました。

式のｙ＝－0.005ｘ＋28.46 はどうやって求めたの？

一次関数の式は、ｙ＝ａｘ＋ｂで、２点を通る直線の式を求めました。（傾きを求めてから切片を求める。連立方程式をつくる）

２点Ｃ（552，25.7）、Ｅ（992，23.5）を通るので、式をつくると
ｙ＝－0.005ｘ＋28.46
となる。
ｘ＝3776 を代入して
ｙ＝9.58
よって、9.58℃

タブレット（後藤）

どこかの２点に着目し、変化の割合を求める。変化の割合は、標高が１ｍ高くなったときの下降温度なので、それを基に山頂の気温を予測する。

山頂はＣ地点から 3776－552＝3224（m）高い。山頂の気温はＣ地点より 3224×0.005＝16.12　低い。

440

| | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| x | 273 | 394 | 552 | 860 | 992 |
| y | 28.6 | 27.8 | 25.7 | 24.2 | 23.5 |

－2.2

グラフには、おおよその数値を読み取ることができるというよさがあるけど、グラフの直線の引き方によって予測した気温が異なる場合があります。式の場合も、グラフの時と同様に、選ぶ２点によって求められる式は違いますね。

### ３　解決の過程や結果を振り返り、表、式、グラフのそれぞれのよさについて検討させる。

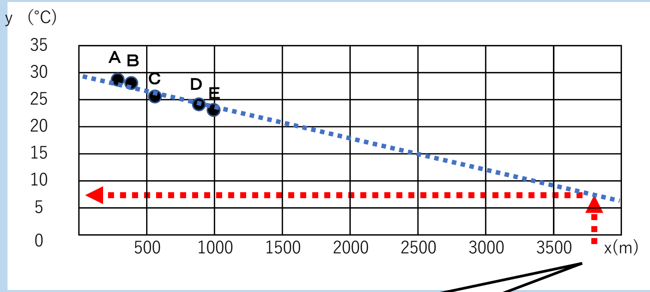
学習活動　一次関数で事象を捉え、表、式、グラフを用いて自分の考えを数学的に説明する中で、目的に応じてこれらを使い分ける必要性について考える。

【全体交流の場面】

〈グラフを用いる場合〉

できるだけ５点のなるべく近くを通るように直線をひきました。そして、ｘ座標が 3776 のときのｙ座標を読み取りました。

５つの点の近くを通る直線をひく




ｘ座標が 3776 のときのｙ座標を読み取る

〈式を用いる場合〉

点Ｃと点Ｅを通る一次関数の式なので、ｙ＝ａｘ＋ｂの式で表し、求めた式にｘ＝3776 を代入して気温を求めました。

２点、Ｃ（552，25.7）、Ｅ（992，23.5）を通るから、グラフの傾きは、－0.005
この一次関数の式は、
ｙ＝-0.005ｘ＋ｂ
となる。
グラフが（552，25.7）を通るから
上の式に代入するとｂ＝28.46
よって、ｙ＝-0.005ｘ＋28.46
求めた式にｘ＝3776 を代入して、ｙの値を求める。

２点は他の組み合わせでもＯＫ

〈表を用いる場合〉

点Ｃと点Ｅの変化の割合は、
ｙの増加量/ｘの増加量
で求められます。

←440→

| | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| x | 273 | 394 | 552 | 860 | 992 |
| y | 28.6 | 27.8 | 25.7 | 24.2 | 23.5 |

←-2.2→

２点は他の組み合わせでもＯＫ

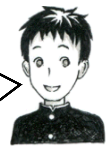
点Ｃと点Ｅを通るから、その２点の変化の割合を求めると－0.005 となる。
この値は標高が１ｍ高くなったときの下降温度を示しているので、これを使って 3776ｍの気温を予測します。

表、式、グラフのうち、どれを用いて解決したかを振り返り、今回の問題解決に有効だったのはどれか、考えてみよう。

グラフからは、正確な気温を読み取れませんでした。だけど、標高が高くなるにつれて、気温が低くなる様子は分かりやすかったです。

表を使うと、一次関数の式を求めなくても、標高と気温の変化の様子から山頂の気温を求めることができました。

式を求めることは大変だけど、求めてしまえば、どの地点の気温も代入を使ってすぐ求められることができました。



今回は、表を使って解決できたけど、表をかくのが大変なときもあります。だから、目的に応じて、グラフと表と式を使い分ける必要があります。

**ポイント**

・問題解決の見通しを立てさせるために、表やグラフを用いて事象を考察させる場面を設定し、何に着目すべきかを考えさせ、関数として捉えさせる。
・解決の見通しを立てさせる場面では、自分の考えをもつことができない生徒も予想される。そこで、学習記録を振り返らせたり、既習内容を確認させたりして、見通しを立てさせる。
・問題の解決方法を振り返る場面では、生徒に自分の考えた解決の方法を表現させる。その際、どのような方法で解決したのかをまとめさせたり、表現が不十分な説明を取り上げたりするなどして、より洗練された表現に高めさせる。